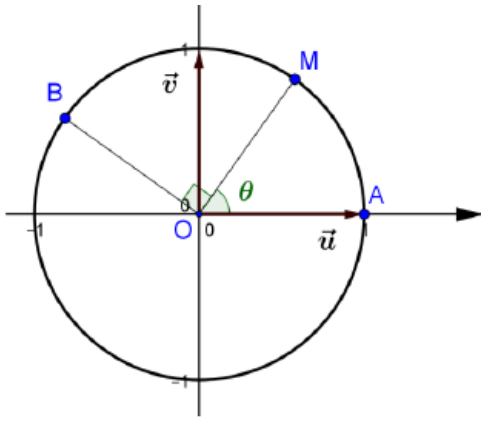
EXERCICE N°1 : 4 points 15 '

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.



Dans la figure ci-contre :

- $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de rayon 1 et A le point de $\mathscr{C}$ d'affixe 1.
- M et B deux points de $\mathscr{C}$ tels que $(\vec{u},\overrightarrow{OM})\equiv\theta[2\pi]$ et $(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OB})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ où $\theta\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

1°) On note z et b les affixes respectifs des points M et B.

a) Ecrire z et b sous forme exponentielle puis vérifier que $b=iz$.

b) Soit C le point d'affixe $-z^2$. On note A' le symétrique de A par rapport à la droite (OM). Montrer que A' et C sont symétriques par rapport à O. Placer alors le point C.

2°) Soit H le point d'affixe h avec $h=1+iz-z^2$.

a) Soit N le point d'affixe n avec $n=1+iz$. Construire le point N puis déduire une construction du point H.

b) Montrer que $\frac{Aff(\overrightarrow{AH})}{Aff(\overrightarrow{CB})}=\frac{Aff(\overrightarrow{CH})}{Aff(\overrightarrow{BA})}=\frac{1+iz}{1-iz}$.

c) Montrer que H est l'orthocentre du triangle ABC.

EXERCICE N°2 : 5 points 20 '

Le plan complexe P est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

A tout point M d'affixe $z\neq 0$, on lui associe le nombre complexe z' tel que $z'=i+\frac{2}{z}$.

1°) On suppose que $z=x+iy$ tel que $x,y\in IR$ et $(x,y)\neq(0,0)$.

a) Vérifier que $z'=\frac{2x}{x^2+y^2}+i\left(1-\frac{2y}{x^2+y^2}\right)$.

b) Déterminer l'ensemble des points M tel que z' est réel.

2°) On suppose que $z=2e^{i\theta}$, $\theta\in\left]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

a) Montrer que : $z'=2\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\theta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}$.

b) Déterminer le module et un argument de z' en fonction de θ.

c) **Application** : on pose $z=1+i\sqrt{3}$.

Calculer $|z'|$ .En déduire $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

Qarray.tn-Aqra Blech-Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com